

Porovnání výkonnosti výrobců vepřového masa v ČR a ve vybraných zemích EU, USA a Brazílie



Dílčí výzkumná zpráva č. 5, VÚ TL01000180

Kolektiv řešitelů:

**Luboš Smutka, Jaroslav Havlíček, Ludmila Dömeová, Tomáš Šubrt, Helena Řezbová,
Lucie Severová, Karel Šrédli, Roman Svoboda**

**Typ zprávy: Veřejná
Realizace: říjen 2019**

Obsah

1. ÚVOD	4
2. MODELY DEA – ZÁKLADNÍ INFORMACE	6
2.1. MODEL DEA	6
2.2. DEA – ZÁKLADNÍ PRVKY	6
2.3. EFEKTIVITA DMU, VÁHY VSTUPŮ A VÝSTUPŮ	7
2.4. VIRTUÁLNÍ JEDNOTKA	8
2.5. HRANICE EFEKTIVITY – MODELY CRS A VRS	8
3. POZNÁMKY K LITERÁRNÍM ZDROJŮM	9
4. DATOVÉ SOUBORY	11
4.1. DATOVÉ ZDROJE	11
4.2. ÚPRAVA DAT NA STANDARD INTERPIG	12
4.3. PROVĚŘENÍ STATISTICKÉ NEZÁVISLOSTI DAT	13
5. METODIKA	14
6. POROVNÁNÍ EFEKTIVITY VÝROBY PRASAT V ČR S VÝROBOU VE 14 ZEMÍCH EU, USA, BRAZÍLIE	15
6.1. MODEL CCR	15
6.2. MODEL BCC	15
6.3. HODNOCENÍ DMU POMOCÍ SUPERDEA MODELŮ	17
7. POROVNÁNÍ EFEKTIVITY VÝROBY PRASAT V ČR S VÝROBOU VE 14 ZEMÍCH EU	19
7.1. IMPLEMENTACE MODELŮ BCC PRO HODNOCENÍ EVROPSKÝCH ZEMÍ	19
7.2. KARDINÁLNÍ HODNOCENÍ DMU	20
7.3. PEER PROCES	21
8. ZÁVĚR	22
9. DOPORUČENÍ PRO DALŠÍ VÝZKUM	23
10. LITERATURA	23
11. PŘÍLOHA: ILUSTRÁČNÍ PŘÍKLAD VÝPOČTU MODELU DEA	25
11.1. PŘÍKLADY APLIKACE MODELU DEA – JEDEN VSTUP A JEDEN VÝSTUP	25
11.2. MODEL CCR A BCC	26
11.3. VSTUPOVĚ ORIENTOVANÝ MODEL CCR	27
11.4. VÝSTUPOVĚ ORIENTOVANÝ MODEL	27
11.5. PŘÍKLAD: MODEL CCR, VSTUPOVĚ ORIENTOVANÝ	28

Abstrakt:

Dílčí závěrečná zpráva hodnotí postavení výrobců vepřového masa v České republice ve skupině 14 evropských zemí (Rakousko, Belgie, Česká republika, Dánsko, Finsko, Francie, Německo, Velká Británie, Maďarsko, Irsko, Itálie, Nizozemsko, Španělsko a Švédsko) a dvou mimoevropských zemí (Brazílie a USA) v období 2012 - 2017. Hodnocení se provádí pomocí modelů DEA (Data Envelope Analysis), které porovnávají jednotlivé země z hlediska jejich výkonnosti.

Modely DEA patří do oblasti vícekritériálního rozhodování. Rozdělí hodnocené objekty na efektivní a neefektivní podle objemu spotřebovaných zdrojů a objemu výsledné produkce. Hodnocení objektů je provedeno na hodnotící stupnici (0,1). Objekty s hodnocením „1“ (tzv. „peers“) vytvářejí hranici efektivnosti („effective frontier“). Modely DEA poskytují méně efektivním objektům návody, jak dosáhnout hranice efektivnosti snížením vstupů, zvýšením výstupů nebo kombinací obou možností.

Pro analýzu efektivnosti výroby a vzájemné porovnání jednotlivých zemí pomocí modelů DEA je třeba analyzovat více vstupů a výstupů. Pro hodnocení výše uvedených 16 zemí se použilo 6 vstupních a 6 výstupních ukazatelů:

Vstupy					
Úhyn: odchov a výkrm, %	Krmiva, na 1kg přírůstku, kg	Krmiva, EUR/kg/carcas	Materiálové náklady, EUR/kg/carcas	Osobní náklady, EUR/kg/carcas	Ostatní náklady, EUR/kg/carcas

Výstupy					
Počet porodů, prasnice/rok	Selata narozená, prasnice/rok	Selata odchovaná, prasnice/rok	Přírůstek výkrmu, kus/den/g	Vyskladnění živá, kg/kus	Produkce masa, prasnice/kg/rok

V prvním kole hodnocení se mezi nejlépe hodnocené jednotky umístily Brazílie, USA, Švédsko, Dánsko, Nizozemsko a ČR. Významné rozdíly v hodnocení mezi nejvyššími hodnotami („1“) a nejnižšími hodnotami (0,796) prokázaly větší rozdíly mezi evropskými a mimoevropskými výrobci vepřového masa.

Do druhého kola hodnocení byly zařazeny pouze evropské země; Brazílie a USA byly z hodnocení vyloučeny.

Ve druhém kole hodnocení se mezi nejlepší výrobce s hodnocením „1“ umístily Itálie, Belgie, Irsko, Dánsko a ČR. Bodové hodnocení Rakouska a Německa se blíží k hodnotě „1“ (rozdíly jsou menší než 4 %), proto lze i tyto země zařadit mezi úspěšné výrobce z hlediska spotřeby zdrojů a výsledné produkce.

Klíčová slova: Výroba vepřového masa v EU a zahraničí, náklady a výnosy výroby, Metoda datových obalů, hodnocení výrobců, „peer“ jednotky, rozhodování.

JEL klasifikace: Q13, C22

Annotation:

Annotation: The study presents the comparison of performance and ranking of the pork producers in 16 countries (Austria, Belgium, Brazil, Czech Republic, Denmark, Finland, France, Germany, Great Britain, Hungary, Ireland, Italy, the Netherlands, Spain, Sweden and USA) in the period 2012 – 2017. Data envelopment analysis (DEA) is implemented to make ranking and identify the best practices (“peers”) among involved countries. For the DEA analysis, there are 6 inputs and 6 outputs implemented:

Inputs					
Finishing mortality, %	Feed Conversion Ratio, kg	Feed costs, EUR/kg/carcas	Depreciation and finance costs EUR/kg/carcas	Labour costs, EUR/kg/carcas	Other variable costs, EUR/kg/carcas

Outputs					
Pigs weaned/sow/year,	Pigs reared/sow/year	Pigs sold/sow/year	Daily Live weight Gain, day/g	Live weight at slaughter, kg	Carcase meat production/sow/year /kg/

The DEA makes projection of the inefficient decision making units (countries) onto the production frontiers. In the first round of evaluation, only Brazil, USA, Sweden, Denmark and the Netherlands were assigned among peer units. Significant differences between the highest-ranking values (“1”) and the lowest-ranking values (0.796) manifested greater differences between European and non-European pork manufactures. To get more European countries among peers, non-European countries USA and Brazil were excluded out of evaluation in the second round of evaluation. The second round of evaluation indicated Italy, Belgian, Ireland, Denmark and Czech Republic as efficient producers with regard to given inputs. The ratings of Austria and Germany are close to one (differences less than 4%), therefore these countries also can be classified as effective units. The identification of “peers” among selected EU producers represents “best practices” in the field. In the study, the best practice access is used to show how the best performers achieve their excellent results. The greatest benefit of the benchmarking is not the measurement of the DEA-excellence, but the learning effect of how best performance is achieved.

Key words: pork meat production, physical performance of pig production, Data envelopment analysis, ranking, peer, decision-making unit.

Jel classification: Q13, C22

1. Úvod

Dílčí závěrečná zpráva č. 5 výzkumného úkolu TAČR, program ÉTA, č. VÚ TL01000180, porovnává efektivnost výroby vepřového masa v České republice se skupinou vybraných evropských zemí (Rakousko, Belgie, Dánsko, Finsko, Francie, Německo, Velká Británie, Maďarsko, Irsko, Itálie, Nizozemsko, Španělsko a Švédsko) a dvěma mimoevropskými zeměmi (Brazílie a USA) v období 2012 - 2017. Hodnocení se provádí pomocí modelů DEA (Data Envelope Aanalysis), které porovnávají jednotlivé země z hlediska jejich výkonnosti.

Vepřové maso tvoří jednu z nejvýznamnějších součástí jídelníčku českých spotřebitelů. V současnosti dochází k výraznému zvýšení tržních cen vepřového masa nejen v ČR ale i v evropském regionu. V ČR stouply ceny od poloviny března do poloviny dubna 2019 u jatečně zpracovaných prasat o zhruba pětinu, u jednotlivých samostatně obchodovaných částí i o 40 %. Za zdražením stojí větší prodeje masa do Číny a skutečnost, že zpracovatelé v minulosti nezlevňovali, když byla prasata vykupovaná za ceny nižší, než činily náklady. Chovatelé tak zavírali chovy a nyní prasata nemají, cena proto roste (ČTK, 2019). Od začátku tisíciletí klesly podle údajů ČSÚ (2019) počty chovaných prasat ze skoro 3,69 milionu na 1,54 milionu v dubnu roku 2019. Jednou z příčin zdražení je i nízká soběstačnost v jeho produkci, která v roce 2018 činila v ČR 51,5 % (Ministerstvo zemědělství ČR, 2018). Z tohoto důvodu je potřebné se zabývat problematikou efektivnosti produkce vepřového masa v mezinárodních souvislostech. V našem příspěvku navrhujeme použití metody DEA.

Efektivnost produkce vepřového masa ovlivňuje i typ konkurence, v němž se nachází většina firem působících v odvětví. Oligopol jako převažující typ nedokonalé konkurence v odvětví produkce vepřového masa lze charakterizovat jako tržní strukturu, pro kterou je charakteristický malý počet firem v odvětví a poměrně vysoký stupeň vzájemné závislosti jejich rozhodování. „Tyto firmy vyrábějí veškerý výstup, nebo alespoň jeho většinu“ (Frank and Cartwright, 2016).

„Oligopol může existovat, jelikož jen málo firem (v odvětví) vyrábí daný produkt nebo protože jen málo společností zodpovídá za většinu, i když ne celou, výroby produktu“ (Schiller, 2010). Jedná se většinou o velké firmy s rozhodujícím podílem v nabídce odvětví. Příkladem oligopolizace odvětví produkce vepřového masa může být koncentrace trhu jatek provádějících porážku prasat. Deset největších jatek v Česku realizovalo v roce 2018 cca 64 % porážek prasat, zatímco v roce 2008 se jednalo o 44,65 % porážek. Konkrétně se jednalo o 1,63 mil. prasat v roce 2008, zatímco v roce 2018 bylo poráženo 1,49 mil. prasat. První pětice jatek je tvořena dvěma holdingy (AGROFERT, a.s., RABBIT Trhový Štěpánov, a.s.) a třemi rodinnými podniky na Moravě. Ze srovnání výkonů a tržních podílů jatečních společností v ČR a sousední SRN vyplývá, že trh jatek v Německu je ještě více oligopolizovaný. V roce 2018 realizovalo deset největších jatečních společností téměř 80 % celkových porážek prasat (tj. 78,9%); těchto 10 společností porazilo celkem 44,74 miliónů prasat. V prvních třech největších jatečních společnostech, tj. společnostech Tönnies (Rheda-Wiedenbrück), Vion (Düsseldorf) a Westfleisch (Münster) bylo v roce 2018 poráženo 57,9 % kusů prasat. Navíc došlo v letech 2013 až 2018 k posílení postavení největší jateční společnosti, společnosti Tönnies. Tržní podíl této společnosti se zvýšil z 27,2 % až na 29,3 %, tato společnost v roce 2018 porazila 16,6 miliónů prasat (maso.cz, 2019).

V oligopolních odvětvích produkce masa a masných výrobků firmy vyrábějí buď homogenní, nebo heterogenní (substituční) produkci. V případě homogenního produktu (výkrm prasat) vytváří konkurence tendenci k jednotné rovnovážné tržní ceně vepřového masa, neboť je zde

zvláště silná vzájemná závislost firem, a tedy i sebemenší změna ceny jednoho z nich ovlivní výrazně chování ostatních firem. Pokud masokombináty vytvářejí diferencovaný produkt (trvanlivé salámy, klobásy, jitrnice aj.), rozdíly mezi produkty jednotlivých oligopolních firem nejsou zpravidla podstatné; jedná se o blízké substituty.

Omezeními (bariériami) vstupu nových firem do odvětví produkce vepřového masa jsou relativně vysoké náklady kapitálu na zavedení nové firmy, preference spotřebitelů v relaci k existujícím firmám a úmluvy a dohody (kartely) mezi existujícími firmami. Pokud představují překážku vstupu do tohoto odvětví úspory z rozsahu, potom by každá firma usilující o vstup do odvětví měla dosahovat při produkci svých výrobků stejně nízkých průměrných nákladů jako již existující firmy v odvětví (Hořejší et al., 2018).

„Pro oligopol je příznačné, že prodávající při svém rozhodování o cenách a výstupu vzájemně zvažují jednání druhé strany“ (Frank and Cartwright, 2016). Firmy navzájem reagují nejen na změnu ceny, ale i na změnu výstupu, kvality produktu, reklamy každé z nich. Možnost každé firmy v odvětví výrobců či zpracovatelů vepřového masa činit reálné odhady o reakcích a akcích konkurentů je dána skutečností, že v odvětví působí jen několik velkých firem, podniky tak mají určitou monopolní sílu a mohou změnou výše ceny vepřového masa či masných výrobků ovlivňovat objem realizované produkce. Každá firma má možnost kontrolovat též celou tržní poptávku v odvětví, prostřednictvím svého relativně vyššího podílu na celkové tržní nabídce statku. Má-li konkurent reagovat na změnu tržní ceny (tržního množství) firmy, musí tato změna působit na změnu jeho tržní ceny a tržního množství.

2. Modely DEA – základní informace

2.1. Modely DEA

Následující kapitola je určena pro čtenáře, který se neorientuje v oblasti aplikací modelů DEA a nemá zájem o podrobnější studium z odborné literatury. Stručná informace a ilustrativní příklady vysvětlují základní principy modelů DEA tak, aby čtenář byl schopen sám řešit své vlastní příklady: aplikovat SW a interpretovat výsledky.

Pro podrobné studium lze doporučit např. [Jablonský & Dlouhý](#); [Šubrt, Houška, Brožová, 2013](#). Pro náročnější studium je vhodná publikace [Cooper & Seiford, 2007](#).

Modely DEA (Data Envelopment Analysis – DEA; Analýza obalu dat) jsou v podstatě modifikované modely lineárního programování, založené na měření relativní efektivity (produktivě, výkonu) produkčních jednotek.

Předpoklady pro modelování pomocí modelů (metod) DEA:

Homogenní *produkční jednotka* produkuje identické, nebo srovnatelné **výstupy**, např. tržby, zisk, počet spokojených zákazníků, ..., které svou povahou jsou maximalizační.

Pro svoji činnost *produkční jednotka* spotřebovává **vstupy**, např. počet pracovníků, náklady na produkci, energii, vzdělávání, ..., které svou povahou jsou minimalizační.

Efektivnost výrobní jednotky se hodnotí poměrem mezi vstupy a výstupy:

$$\text{Efektivnost: poměr mezi výstupy a vstupy: } \frac{\text{výstupy}}{\text{vstupy}}$$

Produkční jednotky, vstupy i výstupy mohou být velmi různorodé, z různých oblastí lidské činnosti.

Příklady vstupů: kapitál, provozní náklady, počet zaměstnanců a podobné ukazatelé, jejichž pokles je žádoucí.

Příklady výstupů: tržby, zisk, ekonomická přidaná hodnota, počet zákazníků a další ukazatelé, jejichž růst je žádoucí.

Vstupy se stávají zdroji vedoucí k dosažení výstupu. Roste-li hodnota výstupů při stejné nebo i nižší spotřebě zdrojů, DMU je efektivní a podobně, dosažení stejné či vyšší hodnoty výstupů při nižší spotřebě zdrojů vede ke zvýšení efektivity.

2.2. DEA – základní prvky

Do modelu vstupuje soubor homogenních jednotek U_1, U_2, \dots, U_p . V modelech DEA se pro jednotku používá standardně název DMU („decision making unit“ – „produkční jednotka, o jejíž efektivitě rozhodujeme“, „jednotka“).

Jednotky spotřebovávají $X = \{x_{ki}\}$, $k = 1, 2, \dots, p$; $i = 1, 2, \dots, m$ vstupů.

Jednotky produkují $Y = \{y_{kj}\}$, $k = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, n$ výstupů.

V kriteriální matici (Tabulka 1) jsou uvedeny váhy $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_m)$ a $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$, které přiřazujeme vstupům X_i a výstupům Y_j v případě, že porovnáváme efektivitu více jednotek.

	Vstupy $X_i, i = 1, 2, \dots, m$				Výstupy $Y_j, j = 1, 2, \dots, n$			
Jednotky U_k $k = 1, 2, \dots, p$	X_1	X_2		X_m	Y_1	Y_2		Y_n
U_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1m}	y_{11}	y_{12}	...	y_{1n}
U_2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2m}	y_{21}	y_{22}	...	y_{2n}

U_p	x_{p1}	x_{p2}	...	x_{pm}	y_{p1}	y_{p2}	...	y_{pn}
Váhy	v	v	...	v	u	u	...	u

Tabulka 1: Kriteriaální matice dat pro modely DEA.

2.3. Efektivita DMU, váhy vstupů a výstupů

Jednotka je efektivní, pokud spotřebovává malý objem vstupů a zároveň vytváří velký objem výstupů. Je-li v modelu více různorodých jednotek, má smysl odlišit je od sebe z hlediska jejich důležitosti, např. užitých technologií, postavení na trhu, vzájemné nezastupitelnosti atp. V modelech s větším počtem DMU to vyjadřujeme vahami, které přiřazujeme vstupům i výstupům podle tzv. Farrellovy definice efektivnosti: efektivnost k-té jednotky U_k je dána vztahem

$$\Phi_k = \frac{\text{vážený součet výstupů}}{\text{vážený součet vstupů}} = \frac{\text{celková vážená produkce všech jednotek}}{\text{celková vážená produkce vstupů}}$$

Váhy umožňují vyjádřit tzv. *relativní míru efektivity* (podíly jednotlivých činitelů na hodnocení celku). Obecně, váhy v modelech DEA mohou být stejné pro všechny jednotky, nebo pro každou z jednotek různé:

1) Jednotné váhy – všechny jednotky U_k mají stejné váhy v_i pro vstupy X_i a stejné váhy u_j pro výstupy Y_j .

Míra efektivity pro k-tou produkční jednotku U_k je potom definována jako podíl

$$\Phi_k = \frac{\sum_1^n u_j y_{kj}}{\sum_1^m v_i x_{ki}}, \quad k = 1, 2, \dots, p$$

2) Různé váhy – pro jednotku U_k vstupy X_i mají váhy v_{ki} , výstupy Y_j mají váhy u_{kj} .

Míra efektivity, kterou v tomto případě ji nazýváme *relativní technická efektivita*, je definována jako podíl

$$\Phi_k = \frac{\sum_1^n u_{kj} y_{kj}}{\sum_1^m v_{ki} x_{ki}}, \quad k = 1, 2, \dots, p$$

Jednotka je efektivní když je objem výstupů větší než objem vstupů, tj. podíl $\Phi_k > 1$.

Poznámka: V modelech DEA případ stejných vah nemusí odpovídat skutečnosti. Při porovnání efektivnosti veřejných institucí, jako například školy, posuzujeme školy specializované na sport, jazyky, technické předměty apod. Je zřejmé, že sportovně založené školy nebudou dosahovat stejné výsledky

ve výuce jazyků, nebo technických předmětech – to ovšem neznamená, že jsou horší. Podobně pomocí vah můžeme vyrovnat rozdíly mezi vstupy a výstupy u zemědělských výrobců v různě úrodných oblastech.

Model DEA rozdělí jednotky na efektivní a neefektivní. Množina přípustných řešení je vymezena efektivními jednotkami, které vytvářejí hranici efektivity („effective frontier“).

Porovnáváme-li více jednotek mezi sebou, vždy existuje alespoň jedna jednotka, která je efektivní, nejlepší.

U jednotek, které se nacházejí mimo efektivní hranici, může dojít k jejich posunu na hranici efektivity:

- zvýšením výstupů za zachování současného množství vstupů,
- snížením vstupů za zachování současného množství výstupů,
- kombinací obou možností.

Váhy v_{ki} a u_{kj} nastavujeme (hledáme, určujeme) tak, aby Φ_k bylo maximální.

2.4. Virtuální jednotka

Důležitým pojmem v modelech DEA je tzv. *virtuální jednotka*. Je to uměle vytvořená DMU (jednotka), kterou vytváříme pomocí hodnot váženého průměru vstupů a výstupů od efektivních jednotek. Ostatní jednotky potom s virtuální jednotkou porovnáváme – jedná se o tzv. *peer proces*. Virtuální jednotka tedy slouží k posouzení efektivity reálných jednotek:

- jednotka je neefektivní, když produkuje méně výstupů jako její virtuální jednotka,
- jednotka je neefektivní, když spotřebovává více vstupů než její virtuální jednotka,
- jednotka je efektivní, když produkuje více vstupů než její virtuální jednotka,
- jednotka je efektivní, když spotřebovává méně zdrojů než její virtuální jednotka.

Vytvoření virtuální jednotky:

- 1) Vybereme efektivní jednotky – tzv. „peer zdroje“.
- 2) Vytvoříme jejich vážený součet – jako lineární kombinaci efektivních jednotek. Váhy lineární kombinace určují duální hodnoty modelu lineárního programování, který přiřazujeme ke každé hodnocené jednotce (viz příklad dále).

2.5. Hranice efektivity – modely CRS a VRS

Tvar hranice efektivnosti závisí na charakteru tzv. výnosů z rozsahu. Výnosy z rozsahu představují *přírůstky výstupu vzhledem k přírůstkům vstupu*. Mohou být:

- a) konstantní (CRS – constant returns to scale)
- b) variabilní (VRS – variable returns to scale).

a) V případě konstantních výnosů z rozsahu je vztah mezi přírůstky výstupu a přírůstky vstupu *lineární*. Hranice efektivnosti definována přímkou, jejíž směrnice je dána nejvyšším podílem výstupu a vstupu u všech sledovaných jednotek. Jednotky, které mají tento podíl menší, jsou neefektivní a leží pod hranicí efektivnosti.

b) V případě variabilních výnosů z rozsahu může být vztah mezi přírůstky výstupu vzhledem k přírůstkům vstupu nelineární. Hranice efektivnosti tvoří konvexní obal.

Oba případy ilustruje příklad uvedený v příloze.

3. Poznámky k literárním zdrojům

Modely DEA patří mezi frekventované aplikace. Od první publikace (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978) implementace modelů DEA vykazuje rychlý a trvalý růst v oblasti aplikací efektivity a produktivity v činnostech veřejného i soukromého sektoru. Úplný seznam a analýza výzkumu DEA pokrývajících jeho prvních 20 let historie, není plně k dispozici. Od roku 2002 autoři Emrouznejad, Parker and Tavares (2008) prezentují už 3 203 publikací a v roce 2008 citační zdroje uvádějí více než 7 000 publikací. Tento nárůst publikační aktivity, sledovaný v řadě různorodých oblastí, signalizuje, že modely DEA jsou a) uživatelsky přístupné a b) reálně se uplatňují v různých odvětvích. Seznam nejvíce frekventovaných časopisů a klíčových slov z relevantních oblastí aplikací je uveden např. v Chaowarat, Piboonrugroj a Shi (2013), Ji et al. (2015), Zhou a kol. (2017).

Rozvoj aplikací modelů DEA byl podmíněn dvěma příznivými okolnostmi:

1) Existence dobrých studijních pramenů a vzdělávacích kurzů – Fulginiti (1998), Emrouznejad, Parker and Tavares (2008), Zhu (2015).

2) Volně dostupný a výkonný SW bez poplatků – Cooper, Seiford and Tone (2006).

Modely DEA jsou dnes využívány ekonomy a manažery, aniž by museli být odborníky na operační výzkum, nebo jiné metody matematického modelování procesů. Metodika aplikace je jednoduchá, srozumitelná a nabízí řadu praktických možností jak využít výsledky bezprostředně do praxe.

Podle studie Liu et al. (2013), nejvíce praktických aplikací se objevuje v oblasti bankovního sektoru, zdravotnictví, dopravy a školství. Yang (2018), a Anon (2018) ukazují, že dvě třetiny odborných publikací se zabývá řešením praktických problémů, zbytek teorií a metodikou. V posledních letech se zájem odborníků soustřeďuje na problémy energie, životního prostředí a zemědělství, Avkiran & Parker (2010).

Huguenin (2015) provádí analýzu SW modulů, které jsou k dispozici na trhu. Prokazuje, že soudobý SW (volně přístupný i komerční placené verze) je uživatelsky příjemný a nabízí řadu variací, které reagují i na řešení komplikovaných environmentálních modelů.

V zemědělství se modely DEA uplatňují na dvou úrovních podle typu a specializace výroby. Ve stejném regionu existují různě velké a výrobně různě orientované podniky s velkým počtem vstupů a výstupů. Silnější postavení velkých farem má vliv na ceny výrobků malých farem, Davis (2017). Antle et al. (2017) řeší problém distribuce plodin mezi regiony (Turecko), kde si vzájemně konkurují malé a velké farmy s rozdílnými úrovněmi specializace a kde se projevují i environmentální aspekty v rámci produkce zdravé výživy.

V období posledních 10 let se zvyšuje frekvence článků zabývajících se problémy životního prostředí. Příkladem je práce Kuo et al. (2014), kde se pomocí modelů DEA řeší ekonomický problém se zahrnutím environmentálních podmínek. Modely DEA se zde uplatňují efektivně, i když se jedná o modely s velkým počtem proměnných. Podobné přístupy, zahrnující v procesu ekonomického rozhodování i respekt k životnímu prostředí, lze najít např. v pracích Coyne et al. (2015) a Picazo-Tadeo et al. (2011).

Modely DEA jsou vhodné i pro řešení problémů v prostředí se speciálními datovými soubory:

Řešení rozhodovacích problémů ve stochastickém prostředí ilustruje práce autorů Sharma et al. (1997), ve které se řeší problém optimalizace produkce výroby prasat za podmínek výskytu náhodných vlivů na trhu krmiv a v odbytů na Havaji.

Příkladem řešení rozhodovacího problému ve fuzzy prostředí jsou práce autorů [Li et al. \(2016\)](#), [Mu et al. \(2018\)](#).

Řešení problémů v modelech s velkým počtem dat ("big data") v oblasti trhu a financí ilustrují práce [Kiani Mavi, Saen and Goh \(2019\)](#).

V období posledních 20 let se setkáváme s aplikacemi tzv. "Dvoustupňové DEA analýzy" (Two-stage DEA, Two-stage network DEA structure). V rámci řešení prvního stupně se výpočty soustřeďují na zpětnou analýzu vstupních datových souborů z hlediska jejich vzájemných vazeb a přesnosti. Po úpravě, případně doplnění, původních vstupních dat se provádí nové hodnocení. Tento postup se může i několikrát opakovat, dokud se nedosáhne reálných výsledků. Metodologii vícestupňové metody DEA vypracovali [Färe and Whittaker \(1995\)](#), [Emrouznejad, Parker and Tavares \(2008\)](#). Zejména práce [Liu et al. \(2015\)](#) a [Despotis, Sotiros and Koronakos \(2016\)](#) lze považovat za průkopnické v modelech s velkými daty, stochastickými daty ([Izadikhah and Saen \(2018\)](#)) a v modelech, respektujících podmínky trvale udržitelného rozvoje ([Kiani Mavi, Saen and Goh \(2019\)](#), [Lim and Zhu \(2019\)](#)).

4. Datové soubory

4.1. Datové zdroje

Pro hodnocení českých výrobců vepřového masa bylo vybráno 14 evropských zemí (Rakousko, Belgie, Česká republika, Dánsko, Finsko, Francie, Německo, Velká Británie, Maďarsko, Irsko, Itálie, Nizozemsko, Španělsko a Švédsko) a dvě mimoevropské země (Brazílie a USA). Brazílie je reprezentována dvěma oblastmi s rozdílnými podmínkami pro výrobu.

Technologie výroby a management jsou v uvažovaných zemích srovnatelné, Velká Británie a Brazílie mají vyšší podíl výroby ve „welfare“ prostředí, podobně i Itálie, kde jsou ale vyšší náklady kompenzovány dotacemi. Tyto specifické podmínky budou uvažovány při interpretaci výsledků.

V Tabulce 2 je přehled zemí, zařazených do hodnocení, a institucí, které poskytují souhrnná data do světových databází.

1	Austria – VLV Upper Austria
2	Belgium – Flemish Government and Boerenbond Belgie
3	Brazil (MT) – oblast Mato Grosso
4	Brazil (ST) – oblast Santa Catarina
5	Czech Republic – Institute of Agricultural Economics and Information (UZEI)
6	Denmark – SEGES
7	Finland – Atria
8	France – IFIP
9	Germany – Thuenen Institute (ISN)
10	Great Britain – Agriculture and Horticulture Development Board (AHDB)
11	Hungary – AKI Research Institute of Agricultural Economics
12	Ireland – Teagasc
13	Italy – Research Centre for Animal Production (CRPA)
14	Netherlands – Wageningen Economic Research
15	Spain – SIP Consultors
16	Sweden – Svenska Pig
17	USA – Iowa State University

Tabulka 2: Přehled zemí, zařazených do hodnocení.

V Tabulce 3 jsou vstupní data pro modely DEA, spočtené jako průměrné hodnoty za šestileté období 2012 – 2017. Většinu dat bylo možné převzít z publikací INTERPig ([Davis Carol \(2017\)](#)). Chybějící data byla dohledána v databázích EUROSTAT a v národních databázích (uvedených v Tabulce 2).

Mezi země je vložena *fiktivní země* „Průměr EU“. Pomocí ní můžeme porovnat postavení jednotlivých sledovaných zemí k průměrným hodnotám v Evropském prostoru.

Data jsou rozdělena na 6 vstupů (I) a 6 výstupů (O). Bude možné hodnotit jednotlivé země ze tří hledisek: 1. vstupů, 2. výstupů, 3. globálně z hlediska vstupů i výstupů.

Země	(I)Úhyn: odchov a výkrm, %	(I)Krmiva, na 1kg přírůstku, kg	(I)Krmiva, EUR/kg/carcas	(I)Materiálové náklady, EUR/kg/carcas	(I)Osobní náklady, EUR/kg/carcas	(I)Ostatní náklady, EUR/kg/carcas	(O)Počet porodů, prasnice/rok	(O)Selata narozená, prasnice/rok	(O)Selata odchovaná, prasnice/rok	(O)Přrůstek výkrmu, kus/den/g	(O)Vyskladnění živá, kg/kus	(O)Produkce masa, prasnice/kg/rok
AUS	4,810	2,860	0,867	0,251	0,171	0,468	2,290	24,900	24,150	810	121	2245
BEL	7,100	2,760	0,913	0,217	0,114	0,308	2,340	28,830	28,640	694	116	2620
BRA (MT)	4,200	2,600	0,662	0,171	0,068	0,205	2,410	27,400	26,860	831	120	2346
BRA (SC)	5,000	2,600	1,016	0,148	0,091	0,228	2,330	26,660	27,170	820	122	2390
DEN	6,200	2,660	0,788	0,217	0,137	0,342	2,280	33,290	32,260	971	114	2683
FIN	5,100	2,700	0,788	0,377	0,171	0,491	2,230	27,130	26,510	970	121	2326
FRA	6,420	2,720	0,833	0,263	0,137	0,331	2,370	28,190	27,400	815	121	2440
GER	5,800	2,810	0,856	0,308	0,148	0,388	2,330	29,660	28,740	832	122	2636
GB	6,570	2,860	0,993	0,251	0,148	0,320	2,290	25,750	24,780	833	109	1998
HUN	5,860	3,040	0,913	0,263	0,137	0,342	2,250	25,470	24,990	710	111	2103
IRE	5,120	2,660	1,016	0,263	0,137	0,365	2,360	28,450	27,620	866	111	2285
ITA	6,630	3,750	1,210	0,251	0,171	0,422	2,250	24,770	23,750	687	168	3126
NL	4,900	2,580	0,856	0,342	0,137	0,354	2,360	30,250	29,490	822	121	2708
SPA	7,250	2,460	0,913	0,228	0,103	0,228	2,310	26,980	25,990	701	110	2081
SWE	3,600	2,870	0,902	0,194	0,183	0,548	2,240	26,920	26,090	941	122	2304
USA	8,840	2,710	0,651	0,126	0,068	0,205	2,440	26,430	25,320	857	127	2287
EU průměr	5,800	2,830	0,913	0,263	0,148	0,377	2,300	27,790	26,950	819	120	2427
ČR	5,000	2,920	0,879	0,434	0,103	0,126	2,270	26,650	25,860	844	115	2237

Tabulka 3: Vstupní data do modelů DEA.

4.2. Úprava dat na standard InterPig

V národních a světových databázích je obtížné najít standardizované zdroje dat. V případě výroby vepřového masa se prezentují data s rozdíly, které lze v případě globálních, souhrnných hodnot dobře porovnat a vyhodnotit. Některé země prezentují technologie a ekonomické parametry za periodu 100 dnů, jiné za 1 kvartál, jiné za 1 rok. Podobně se liší váhové a nákladové položky u selat, výkrmu a živé nebo mrtvé váhy. Pro zpracování dat byla využita metodika společnosti InterPig, která byla aplikována na všechna data, získávána z různých zdrojů.

Údaje byly standardizovány na základě tří kategorií hmotností:

- odstavená selata – váha 8 kg (v GB = 7,1 kg, v ČR 7,5 kg),
- předvýkrm – 30 kg (v GB = 37,1 kg, v ČR 30 kg),
- živá hmotnost při porážce – 120 kg (v GB = 105,4 kg, v ČR 110 kg).

Pro zajištění konzistence dat byly všechny finanční prostředky převedeny na měnu EUR pomocí pevného směnného kurzu, zveřejněného pro roky 2012 - 2017 (EUROSTAT).

4.3. Prověření statistické nezávislosti dat

Data je třeba prověřit z hlediska jejich případné závislosti. Podle často citované práce (Farrell, 1957) je třeba prověřit statistickou nezávislost dat. V Tabulce 4 koeficienty korelace prokazují dostatečnou nezávislost (v odborné literatuře se toleruje hodnota koeficientu až do 0,8).

	Úhyn: odchov a výkrm, %	Krmiva, na 1kg přírůstku, kg	Krmiva, EUR/kg/carcas	Mat. náklady, EUR/kg/carcas	Osobní náklady, EUR/kg/carcas	Ostat. náklady, EUR/kg/carcas	Počet porodů, prasnice/rok	Selata narozená, prasnice/rok	Selata odchovaná, prasnice/rok	Přírůstek výkrmu, kus/den/g	Vyskladnění živá, kg/kus	Produkce masa, prasnice/kg/rok
Úhyn: odchov a výkrm, %	1	0,00	-0,19	-0,12	-0,34	-0,10	0,32	0,02	-0,02	-0,40	0,08	0,10
Krmiva, na 1kg přírůstku, kg	0,00	1	0,61	0,09	0,44	0,22	-0,48	-0,48	-0,52	-0,33	0,73	0,44
Krmiva, EUR/kg/carcas	-0,19	0,61	1	0,03	0,44	0,09	-0,48	-0,33	-0,31	-0,38	0,38	0,23
Mat. náklady, EUR/kg/carcas	-0,12	0,09	0,03	1	0,36	0,21	-0,40	0,09	0,05	0,07	-0,14	0,03
Osobní náklady, EUR/kg/carcas	-0,34	0,44	0,44	0,36	1	0,79	-0,68	-0,07	-0,12	0,17	0,11	0,12
Ostat. náklady, EUR/kg/carcas	-0,10	0,22	0,09	0,21	0,79	1	-0,44	0,01	-0,02	0,18	0,12	0,19
Počet porodů, prasnice/rok	0,32	-0,48	-0,48	-0,40	-0,68	-0,44	1	0,22	0,23	-0,09	-0,11	0,00
Selata narozená, prasnice/rok	0,02	-0,48	-0,33	0,09	-0,07	0,01	0,22	1	0,98	0,40	-0,29	0,36
Selata odchovaná, prasnice/rok	-0,02	-0,52	-0,31	0,05	-0,12	-0,02	0,23	0,98	1	0,37	-0,31	0,35
Přírůstek výkrmu, kus/den/g	-0,40	-0,33	-0,38	0,07	0,17	0,18	-0,09	0,40	0,37	1	-0,21	-0,12
Vyskladnění živá, kg/kus	0,08	0,73	0,38	-0,14	0,11	0,12	-0,11	-0,29	-0,31	-0,21	1	0,74
Produkce masa, prasnice/kg/rok	0,10	0,44	0,23	0,03	0,12	0,19	0,00	0,36	0,35	-0,12	0,74	1

Tabulka 4: Prověření nezávislosti vstupních dat po modelu DEA.

5. Metodika

Metodický postup řešení je založen na práci autorů [Avkiran and Parker \(2010\)](#), ve které je uveden přehled a analýza metodik užívaných pro řešení problémů pomocí modelů DEA do roku 2008. Formální prezentace metod a analýza výsledků se provádí podle metodiky prezentované v učebním textu [Brožová, Houška & Šubrt \(2014\)](#).

V odborné literatuře se setkáváme se třemi typy přístupů k aplikacím modelů CCR a BCC, podle toho, jaký problém se řeší a jaká vstupní data jsou k dispozici ([Cooper & Seiford \(2007\)](#)):

1. Modely vstupově orientované, s cílem maximálně snížit objem vstupů při zachování alespoň současné úrovně výstupů.
2. Modely výstupově orientované, s cílem maximálně zvýšit objem výstupů při zachování alespoň současné spotřeby vstupů.
3. Modely, které kombinují oba předchozí přístupy, analyzují jejich pozitiva i nedostatky s cílem najít reálné, vyhovující řešení. Formálně se jedná o kombinaci modelů typu CCR a VCR (kombinaci vah).

V této studii se používá třetí přístup, který reprezentuje možnosti vícekriteriálního programování v kombinaci „minimalizace vstupů při požadavku maximalizace výstupů“ sledovaného výrobního systému.

Do modelu vstupuje 18 jednotek. Při tomto počtu může dojít ke kardinálnímu uspořádání jednotek, které na intervalu $(0,1)$ nebude dostatečně selektivní. Proto se pro zpřesnění hodnocení použije vhodná SuperDEA metoda ([Cooper, Seiford, & Tone, 2006b](#)).

Pro analýzu efektivnosti výroby a vzájemné porovnání jednotlivých zemí pomocí modelů DEA je třeba analyzovat více vstupů a výstupů. Pro hodnocení výše uvedených zemí se použilo 6 vstupních a 6 výstupních ukazatelů:

Vstupy					
Úhyn: odchov a výkrm, %	Krmiva, na 1kg přírůstku, kg	Krmiva, EUR/kg/carcas	Materiálové náklady, EUR/kg/carcas	Osobní náklady, EUR/kg/carcas	Ostatní náklady, EUR/kg/carcas

Výstupy					
Počet porodů, prasnice/rok	Selata narozená, prasnice/rok	Selata odchovaná, prasnice/rok	Přírůstek výkrmu, kus/den/g	Vyskladnění živá, kg/kus	Produkce masa, prasnice/kg/rok

Výpočet je proveden pomocí SW programu “DEA-Solver-LV 8.0” (<http://www.saitech-inc.com/index.asp>), který nabízí 28 různých verzí modelů DEA do rozsahu 50 DMU.

6. Porovnání efektivity výroby prasat v ČR s výrobou ve 14 zemích EU, USA a Brazílie

6.1. Modely CCR

Modely CCR I a CCR O dávají stejné výsledky (protože účelové funkce jsou formulovány jako reciproční hodnoty).

V Tabulce 5 je uvedeno pořadí zemí a jejich bodové hodnocení.

	CCR I, CCR O	Score	Rank
1	BRA (MT)	1	1
2	BRA (SC)	1	1
3	DEN	1	1
4	FIN	1	1
5	NL	1	1
6	SPA	1	1
7	SWE	1	1
8	USA	1	1
9	CR	1	1
10	BEL	0,9806	12
11	IRE	0,9784	13
12	ITA	0,9606	15
13	FRA	0,9526	16
14	GER	0,9378	17
15	AUS	0,9094	18
16	EU průměr	0,9074	19
17	GB	0,8803	20
18	HUN	0,7963	21

Tabulka 5: Výsledky hodnocení pomocí modelů CCR.

6.2. Modely BCC

V Tabulce 6 je hodnocení jednotek provedeno pomocí modelů BCC, vstupově a výstupově orientovaných.

V obou typech modelu BCC se z 18 DMU, umístilo v kategorii „efektivní“ 11 jednotek. Ostatní, „neefektivní“ DMU, jsou hodnoceny na stupnici (0, 1) mírnějšími hodnotami. Podle předpokladu, oproti modelu CCR, se zvýšil počet excelentních jednotek z 9 na 11 – mezi peers se zařadily Belgie a Itálie.

Mezi peers se umístilo 9 zemí, ČR je mezi nimi umístěna jako poslední.

Mezi zeměmi s excelentním hodnocením jsou obě mimoevropské země Brazílie a USA. Významné místo zaujímají Dánsko, Holandsko a dvě severské země Finsko a Švédsko. Umístění ČR v konkurenci těchto výrobců překvapuje vzhledem k pesimismu, se kterým se při hodnocení výrobců běžně setkáváme ve veřejných médiích.

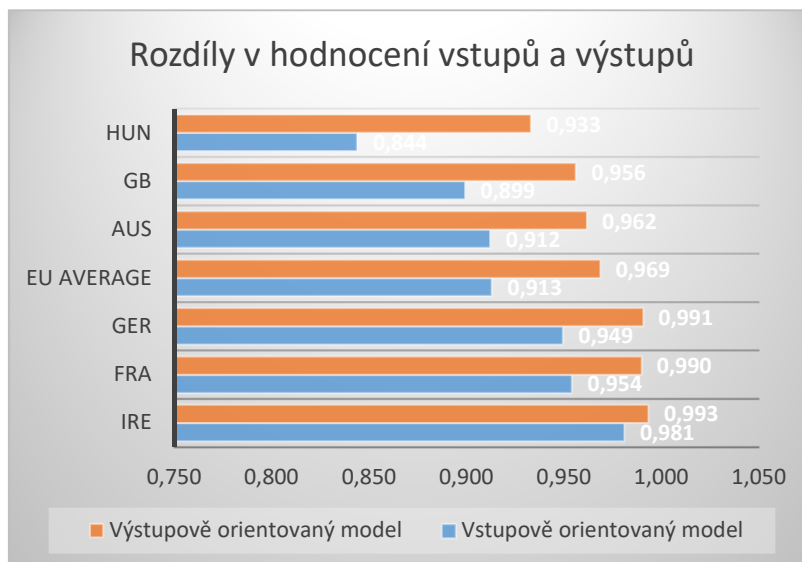
Pro další hodnocení se využívají modely typu „BCC“, které jsou „méně přísné“ než modely „CCR“. Zpravidla zařazují více DMU mezi „peers“ (vzhledem k nelineární obálce, kterou vytvářejí VRS verze modelů).

Data, která jsme použili jako vstupy pro modely DEA, jsou šestileté průměry různě velkých a různě úspěšných výrobců z každé hodnocené země. I když korelace (Tabulka 4) prokazuje jejich nezávislost, použití modelů BCC může zvýšit počet evropských zemí mezi peers.

			Vstupově orientovaný BCC I	Výstupově orientovaný BCC O	Rozdíly v hodnocení obou přístupů
		Pořadí	Bodové hodnocení na škále (0, 1)	Bodové hodnocení na škále (0, 1)	
1	BEL	1	1	1	0
2	BRA (MT)	1	1	1	0
3	BRA (SC)	1	1	1	0
4	DEN	1	1	1	0
5	FIN	1	1	1	0
9	ITA	1	1	1	0
7	NL	1	1	1	0
8	SPA	1	1	1	0
9	SWE	1	1	1	0
10	USA	1	1	1	0
11	CR	1	1	1	0
12	IRE	14	0,981	0,993	0,012
13	FRA	15	0,954	0,990	0,036
14	GER	16	0,949	0,991	0,041
15	EU průměr	17	0,913	0,969	0,056
16	AUS	18	0,912	0,962	0,050
17	GB	19	0,899	0,956	0,057
18	HUN	20	0,844	0,933	0,089

Tabulka 6: Výsledky hodnocení vstupově a výstupově orientovaným modelem BCC.

Bodové rozdíly mezi vstupově a výstupově orientovaným hodnocením ukazuje názorně Graf 1:



Graf 1: Rozdíly v hodnocení DMU mezi vstupově a výstupově orientovanými modely BCC.

Z grafu lze odvodit:

a) Absolutní rozdíly mezi *výstupy* (rozdíly mezi „oranžovými hodnotami u neefektivních výrobců) nejsou velké, výrobci se neliší výrazně ve vstupech. To ukazuje, že výrobci působí v konkurenčním prostředí, které neumožňuje výrazně zvyšovat výstupy.

b) Absolutní rozdíly mezi vstupy (rozdíly mezi „modrými hodnotami u neefektivních výrobců) už jsou výraznější: např. mezi výrobcí Irska a Maďarska, podobně mezi výrobcí VB a Irskem. To ukazuje na možné rozdíly v technologiích výkrmu v uvažovaných zemích.

c) Rozdíly mezi vstupy a výstupy u jednotlivých výrobců: např. v Maďarsku jsou výrazné rozdíly mezi rovnováhou vstupů a výstupů, Irové mají bilanci vyrovnanou atp.

Mezi „peers“ se zařadilo 11 zemí. ČR se umístila na posledním místě mezi „peers“ a toto pořadí svádí k závěru, že její bodové hodnocení by mohlo být blízké hodnotám Irska (0,981). Skutečné postavení ČR (na posledním místě mezi excelentními podle obou modelů CCR a BCC) ale takto určit nelze.

6.3. Hodnocení DMU pomocí SuperDEA modelů

Bodové hodnocení ČR (která se umístila ve skupině excelentních jednotek) obdržíme až po výpočtu pomocí modelu „Super DEA“, který mírně porušuje podmínku $\varepsilon = \frac{\sum \text{výstupů}}{\sum \text{vstupů}} \leq 1$, (Cooper & Seiford, 2007).

Model Super DEA umožní přiřadit jednotkám body o hodnotách větší než „1“ a tím se dostává bodového hodnocení i excelentním jednotkám, které lze potom kardinálně seřadit.

Kardinální hodnocení všech 18 jednotek je uvedeno v Tabulce 7.

Super DEA CCR I, CCR O			Super DEA BCC I			Super DEA BCC O		
Rank	DMU	Score	Rank	DMU	Score	Rank	DMU	Score
1	BRA (MT)	1,392	1	BRA (MT)	1,753	1	BRA (MT)	1,3923
2	USA	1,338	2	SWE	1,409	2	USA	1,3376
3	SWE	1,202	3	BRA (SC)	1,119	3	SWE	1,2018
4	DEN	1,157	4	CR	1,097	4	DEN	1,1570
5	NL	1,111	5	SPA	1,055	5	NL	1,1113
6	BRA (SC)	1,104	6	BEL	1,033	6	BRA (SC)	1,1042
7	CR	1,078	7	USA	1	7	CR	1,0784
8	FIN	1,041	8	FIN	1	8	FIN	1,0407
9	SPA	1,016	9	DEN	1	9	SPA	1,0159
10	BEL	0,981	10	NL	1	10	BEL	0,9806
11	IRE	0,978	11	ITA	1	11	IRE	0,9784
12	ITA	0,961	12	IRE	0,981	12	ITA	0,9606
13	FRA	0,953	13	FRA	0,954	13	FRA	0,9526
14	GER	0,938	14	GER	0,949	14	GER	0,9378
15	AUS	0,909	15	EU průměr	0,913	15	AUS	0,9094
16	EU průměr	0,907	16	AUS	0,912	16	EU průměr	0,9074
17	GB	0,880	17	GB	0,899	17	GB	0,8803
18	HUN	0,796	18	HUN	0,844	18	HUN	0,7963

Tabulka 7: Hodnocení jednotek pomocí SuperDEA modelů CCR a BCC.

V hodnocení excelence pomocí SuperDEA modelu se ČR umístila velmi dobře. V konkurenci 16 zemí je na 4. místě ve vstupově orientovaném modelu BCC a na 7. místě ve výstupově

orientovaných modelech CCR a BCC. Její bodové umístění se nachází i vysoko nad průměrem EU (v hodnotách bodového hodnocení).

Její hodnocení je vysoko nad evropským průměrem.

Závěr: ČR má v konkurenci ostatních zemí výrazně dobré postavení!

7. Porovnání efektivity výroby prasat v ČR s výrobou ve 14 zemích EU

7.1. Implementace modelů BCC pro hodnocení evropských zemí

V další fázi provedeme obdobné hodnocení *pouze pro evropské země*. Z dat byly vyloučeny Brazílie a USA a hodnocení ČR se provádí pouze ve srovnání s evropskými zeměmi.

Hodnocení v předchozí kapitole prokázalo, že použití modelů BCC je vhodnější, než modely CCR. V další evaluaci proto budeme pro hodnocení využívat jenom modely BCC.

V Tabulce 8 jsou uvedeny výsledky hodnocení vstupově a výstupově orientovaný modelem BCC.

			Vstupově orientovaný BCC I	Výstupově orientovaný BCC O	Rozdíly v hodnocení obou přístupů
		Pořadí	Bodové hodnocení na škále (0, 1)	Bodové hodnocení na škále (0, 1)	
1	BEL	1	1	1	0
2	DEN	1	1	1	0
3	FIN	1	1	1	0
4	FRA	1	1	1	0
5	IRE	1	1	1	0
6	ITA	1	1	1	0
7	NL	1	1	1	0
8	SPA	1	1	1	0
9	SWE	1	1	1	0
10	CR	1	1	1	0
11	GER	11	0,993	0,996	0,004
12	AUS	12	0,992	0,995	0,002
13	EU průměr	13	0,942	0,978	0,036
14	HUN	14	0,931	0,951	0,021
15	GB	15	0,914	0,974	0,060

Tabulka 8: Hodnocení výrobců pomocí vstupově a výstupově orientovaného modelu BCC.

Mezi „peers“ se zařadilo 10 zemí – výrazně se projevila chybějící konkurence výrobců Brazílie a USA.

Rozdíly mezi hodnocením vstupově a výstupově orientovaného modelu se pohybují mezi 3 % - 6 %; v rámci benchmarkingu lze tedy kombinovat změny vstupů i výstupů. To je v souladu s předpokladem uvedeným v Metodice (kapitola 5).

ČR je opět na posledním místě excelentních výrobců – její skutečné postavení v konkurenčním prostředí prověříme SuperDEA modelem.

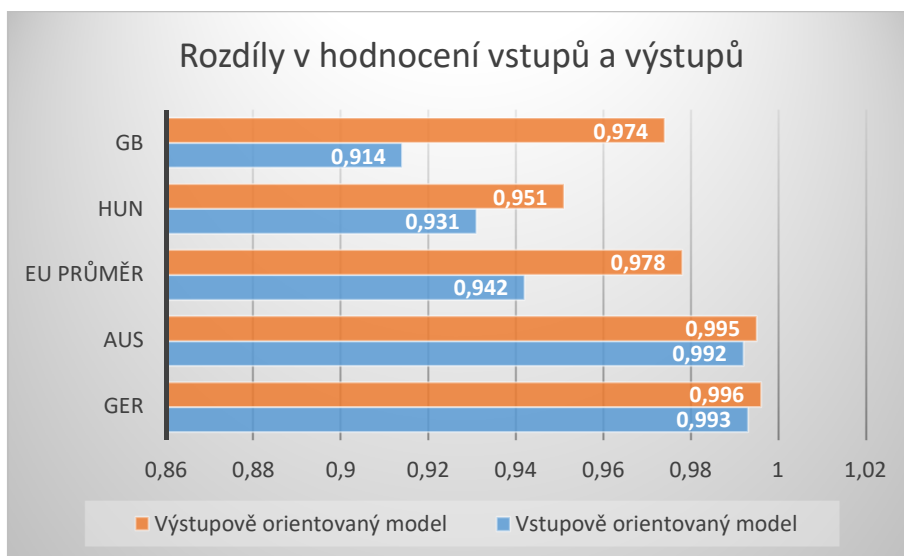
Překvapující je postavení Německa, které nedosáhlo hodnocení 1.

Z Grafu 2 lze porovnávat:

a) absolutní rozdíly mezi *výstupy* (rozdíly mezi „oranžovými hodnotami u neefektivních výrobců). Ty nejsou velké – s výjimkou Maďarska, ostatní výrobci se neliší výrazně ve vstupech.

b) absolutní rozdíly mezi *vstupy* (rozdíly mezi „modrými hodnotami u neefektivních výrobců). Ty jsou velké v případě VB a Maďarska.

c) Rozdíly mezi vstupy a výstupy u jednotlivých výrobců jsou markantní u VB. Zajímavý je i výraznější rozdíl u průměru EU.



Graf 2: Rozdíly v hodnocení DMU mezi vstupově a výstupově orientovanými modely BCC.

7.2. Kardinální hodnocení DMU

Kardinální hodnocení všech 15 jednotek je uvedeno v Tabulce 9. ČR je opět na posledním místě mezi „peers“, model Super DEA určí její skutečné pořadí:

Super DEA BCC I			Super DEA BCC O		
Pořadí	DMU	Hodnocení	Pořadí	DMU	Hodnocení
1	SWE	1,409	1	ITA	1,248
2	BEL	1,272	2	BEL	1,089
3	SPA	1,129	3	FRA	1,024
4	CR	1,125	4	IRE	1,019
5	FRA	1	5	DEN	1
5	FIN	1	5	CR	1
5	IRE	1	5	FIN	1
5	ITA	1	5	SWE	1
5	NL	1	5	NL	1
5	DEN	1	5	SPA	1
14	GER	0,993	14	GER	0,996
15	AUS	0,992	15	AUS	0,994
16	EU průměr	0,942	16	EU průměr	0,978
17	HUN	0,931	17	GB	0,973
18	GB	0,914	18	HUN	0,951

Tabulka 8: Hodnocení jednotek pomocí SuperDEA modelu BCC.

Zde se ČR umístila opět dobře – na 4. místě ve vstupově orientovaném modelu a na 5. místě ve výstupově orientovaném modelu – mezi 14 evropskými zeměmi.

V evropském prostředí je to pro ČR výborné umístění – dosahuje hodnocení nad „1“ (1,125 – lepší než Německo (0,993), vysoko nad průměrem EU (v hodnotách bodového hodnocení).

Závěr: ČR má v konkurenci ostatních zemí výrazně dobré postavení!

7.3. Peer proces

V tabulkách 9a a 9b je přehled „peer“ jednotek pro neefektivní DMU. Peer jednotky leží na hranici efektivity, neefektivní jednotky mohou hranice efektivity dosáhnout snížením zdrojů, nebo zvýšením produkce.

BCC I		Úhyn			Krmiva 1kg			Krmiva carcass			Mat. náklady carcass			Osob.náklady carcass			Ostat. náklady carcass		
No.	DMU	Data	Nová	Diff.(%)	Data	Nová	Diff.(%)	Data	Nová	Diff.(%)	Data	Nová	Diff.(%)	Data	Nová	Diff.(%)	Data	Nová	Diff.(%)
1	AUS	4,81	4,774	-0,758	2,86	2,764	-3,35	0,867	0,861	-0,758	0,251	0,249	-0,758	0,171	0,161	-5,876	0,468	0,449	-3,943
2	BEL	7,1	7,1	0	2,76	2,76	0	0,913	0,913	0	0,217	0,217	0	0,114	0,114	0	0,308	0,308	0
3	DEN	6,2	6,2	0	2,66	2,66	0	0,788	0,788	0	0,217	0,217	0	0,137	0,137	0	0,342	0,342	0
4	FIN	5,1	5,1	0	2,7	2,7	0	0,788	0,788	0	0,377	0,377	0	0,171	0,171	0	0,491	0,491	0
5	FRA	6,42	6,42	0	2,72	2,72	0	0,833	0,833	0	0,263	0,263	0	0,137	0,137	0	0,331	0,331	0
6	GER	5,8	5,496	-5,245	2,81	2,685	-4,433	0,856	0,850	-0,726	0,308	0,306	-0,726	0,148	0,142	-4,28	0,388	0,365	-5,987
7	GB	6,57	6,006	-8,584	2,86	2,614	-8,584	0,993	0,908	-8,584	0,251	0,230	-8,584	0,148	0,123	-16,85	0,320	0,292	-8,584
8	HUN	5,86	5,454	-6,922	3,04	2,761	-9,183	0,913	0,850	-6,922	0,263	0,244	-6,922	0,137	0,127	-6,922	0,342	0,271	-20,9
9	IRE	5,12	5,12	0	2,66	2,66	0	1,016	1,016	0	0,263	0,263	0	0,137	0,137	0	0,365	0,365	0
10	ITA	6,63	6,63	0	3,75	3,75	0	1,210	1,210	0	0,251	0,251	0	0,171	0,171	0	0,422	0,422	0
11	NL	4,9	4,9	0	2,58	2,58	0	0,856	0,856	0	0,342	0,342	0	0,137	0,137	0	0,354	0,354	0
12	SPA	7,25	7,25	0	2,46	2,46	0	0,913	0,913	0	0,228	0,228	0	0,103	0,103	0	0,228	0,228	0
13	SWE	3,6	3,6	0	2,87	2,87	0	0,902	0,902	0	0,194	0,194	0	0,183	0,183	0	0,548	0,548	0
14	EU prům	5,8	5,445	-6,121	2,83	2,667	-5,761	0,913	0,860	-5,761	0,263	0,247	-5,761	0,148	0,129	-13,08	0,377	0,295	-21,65
15	CR	5	5	0	2,92	2,92	0	0,879	0,879	0	0,434	0,434	0	0,103	0,103	0	0,126	0,126	0

Tabulka 9a: Přiřazení peer jednotek a koeficienty transformace (λ) pro neefektivní jednotky – pro vstupy.

Počet porodů			Selata narozená			Selata odchovaná			Přírůstek výkrmu			Vyskladnění živá			Produkce masa		
Data	Nová	Diff.(%)	Data	Nová	Diff.(%)	Data	Nová	Diff.(%)	Data	Nová	Diff.(%)	Data	Nová	Diff.(%)	Data	Nová	Diff.(%)
2,29	2,29	0	24,9	28,13	12,97	24,15	27,33	13,15	810	898,5	10,93	121	121	0	2245	2420	7,797
2,34	2,34	0	28,83	28,83	0	28,64	28,64	0	694	694	0	116	116	0	2620	2620	0
2,28	2,28	0	33,29	33,29	0	32,26	32,26	0	971	971	0	114	114	0	2683	2683	0
2,23	2,23	0	27,13	27,13	0	26,51	26,51	0	970	970	0	121	121	0	2326	2326	0
2,37	2,37	0	28,19	28,19	0	27,4	27,4	0	815	815	0	121	121	0	2440	2440	0
2,33	2,33	0	29,66	29,82	0,54	28,74	29,01	0,95	832	854,7	2,73	122	122	0	2636	2636	0
2,29	2,311	0,899	25,75	29,01	12,65	24,78	28,08	13,31	833	833	0	109	115	5,10	1998	2348	17,53
2,25	2,281	1,361	25,47	30,66	20,39	24,99	29,74	19,00	710	927,8	30,68	111	119	6,88	2103	2554	21,47
2,36	2,36	0	28,45	28,45	0	27,62	27,62	0	866	866	0	111	111	0	2285	2285	0
2,25	2,25	0	24,77	24,77	0	23,75	23,75	0	687	687	0	168	168	0	3126	3126	0
2,36	2,36	0	30,25	30,25	0	29,49	29,49	0	822	822	0	121	121	0	2708	2708	0
2,31	2,31	0	26,98	26,98	0	25,99	25,99	0	701	701	0	110	110	0	2081	2081	0
2,24	2,24	0	26,92	26,92	0	26,09	26,09	0	941	941	0	122	122	0	2304	2304	0
2,3	2,311	0,48	27,79	30,63	10,23	26,95	29,746	10,37	819	883,83	7,915	120	120	0	2427	2608	7,44
2,27	2,27	0	26,65	26,65	0	25,86	25,86	0	844	844	0	115	115	0	2237	2237	0

Tabulka 9b: Přiřazení peer jednotek a koeficienty transformace (λ) pro neefektivní jednotky – pro výstupy.

Podobně jako v příkladu 2.8, pro neefektivní jednotky lze určit postupy, vedoucí k dosažení hranice efektivity.

Příklad: Jednotka na řádce č. 8 Maďarsko, v Tabulce 9a, se umístila mezi neefektivní výrobce s bodovým hodnocením 0,931 (model BCC I), resp. 0,951 (model BCC O). K dosažení hranice efektivity se doporučuje upravit vstupy takto:

Vstupní hodnotu „Úhyn: odchov a výkrm, %“ = 5,86 je třeba snížit na hodnotu 5,454 tj. o 6,9 %.

Podobně „Krmiva, na 1kg přírůstku, kg“ = 3,04 snížit na hodnotu 2,76 tj. o 9,18 %.

Další doporučení jsou zřejmá z hodnot uvedených v Tabulce 9a. Nejvyšší snížení se požaduje u kategorie „Ostatní náklady, EUR/kg/carcas“; ty je třeba snížit až o 20 %.

Podobně lze najít doporučení pro zvýšení vstupů, Tabulka 9b: výrazně je třeba zvýšit „Přírůstek výkrmu, kus/den/g“ – z hodnoty přírůstku 0,7 na 0,8 kg, podobně vstup „Produkce masa, prasnice/kg/rok“ zvýšit o 21,5 %.

Na webových stránkách projektu <https://cevema.pef.czu.cz> jsou k dispozici podrobné výstupy ze všech modelů CCR (I), CCR(O), BCC(I), BCC (O) a odpovídajících modelů SuperDEA, které lze využít pro další, podrobnější analýzu.

8. Závěr

Z hlediska efektivity produkce vepřového masa, zkoumané pomocí metod DEA, Česká republika se v Evropě umísťuje společně se Španělskem, Nizozemskem, Německem a Francií mezi nejlepšími producenty. Je to zřejmě výsledek úspěšného transformačního procesu, kdy Česko převzalo od vyspělých západoevropských ekonomik nejlepší zkušenosti z oboru chovu prasat.

Efektivnost výroby, hodnocená vstupově i výstupově orientovanými modely DEA, neodpovídá dlouhodobě dosahovaným cenám. Očekávali bychom, že nejlépe hodnocení výrobci z hlediska nákladů a produkce, budou dosahovat i nejvyšších cen. V Tabulce 10 jsou uvedeny průměrné ceny u vybraných výrobců za období leden 2010 – červen 2018 a jejich hodnocení metodou SuperDea(O) na intervalu (1,25; 0,95). Německo, které v rámci hodnocení nedosahuje hranice “peers”, dlouhodobě realizuje produkci za nejvyšší ceny.

	Průměr	Rozptyl	DEA hodnocení
Německo Živá €/KG	1,541	0,027	0,99
Holandsko Živá €/KG	1,216	0,024	1
Maďarsko Živá €/kg	1,212	0,021	0,951
Polsko Živá €/kg	1,15	0,019	0,91
ČR Živá €/kg ČNB	1,175	0,013	1

Tabulka 10: Korespondence výše dosahovaných cen s hodnocením efektivity výroby u vybraných výrobců.

9. Doporučení pro další výzkum

Provedení analýzy pomocí modelů DEA pro skupinu českých výrobců s podrobnou analýzou potřebných změn pro neefektivní výrobce.

Po výběru nejlepších výrobců zorganizovat reálný benchmarking v českém výrobním prostředí pro vybrané skupiny excelentních a méně úspěšných výrobců.

10. Literatura

- Antle, J. M., Basso, B., Conant, R. T., Godfray, H. C. J., Jones, J. W., Herrero, M., ... Wheeler, T. R. (2017). Towards a new generation of agricultural system data, models and knowledge products: Design and improvement. *Agricultural Systems*, 155, 255–268. <https://doi.org/10.1016/J.AGSY.2016.10.002>
- Atici, K. B., & Podinovski, V. V. (2015). Using data envelopment analysis for the assessment of technical efficiency of units with different specialisations: An application to agriculture. *Omega*, 54, 72–83. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.01.015>
- Avkiran, N. K., & Parker, B. R. (2010). Pushing the DEA research envelope. *Socio-Economic Planning Sciences*, 44(1), 1–7. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2009.06.001>
- Brožová, H., Houška, M., & Šubrt, T. (2014). *Modely pro vícekritériální rozhodování*. Česká zemědělská univerzita v Praze, ISBN 978-80-213-1019-3.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)
- Cooper, W. W., & Seiford, L. M. (2007a). *DATA ENVELOPMENT ANALYSIS A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software Second Edition*.
- Cooper, W. W., & Seiford, L. M. (2007b). *DATA ENVELOPMENT ANALYSIS A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software Second Edition*. Retrieved from <https://link.springer.com/content/pdf/bfm%3A978-0-387-45283-8%2F1.pdf>
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2006a). *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses : With DEA-Solver Software and References*. Springer Science+Business Media, Inc.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2006b). *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses : With DEA-Solver Software and References*. Springer Science+Business Media, Inc.
- Coyne, J. M., Berry, D. P., Mäntysaari, E. A., Juga, J., & McHugh, N. (2015). Comparison of fixed effects and mixed model growth functions in modelling and predicting live weight in pigs. *Livestock Science*, 177, 8–14. <https://doi.org/10.1016/j.livsci.2015.03.031>
- Davis, C. (2017). *2017 pig cost of production in selected countries Contents*. Retrieved from <https://ahdb.org.uk/knowledge-library/2017-pig-cost-of-production-in-selected-countries?>
- Davis Carol. (2017). Pig cost of production in selected countries 2012;2017. *AHDB Pork*. Retrieved from <https://pork.ahdb.org.uk/>, <http://practicalpig.ahdb.org.uk/>
- Despotis, D. K., Sotiros, D., & Koronakos, G. (2016). A network DEA approach for series multi-stage processes. *Omega (United Kingdom)*. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.07.005>
- Emrouznejad, A., Parker, B. R., & Tavares, G. (2008). Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA. *Socio-Economic Planning Sciences*, 42(3), 151–157. <https://doi.org/10.1016/J.SEPS.2007.07.002>
- Färe, R., & Whittaker, G. (1995). AN INTERMEDIATE INPUT MODEL OF DAIRY PRODUCTION USING COMPLEX SURVEY DATA. *Journal of Agricultural Economics*, 46(2), 201–213. <https://doi.org/10.1111/j.1477-9552.1995.tb00766.x>

- Farrell, M. J. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of Royal Statistical Society, 120A*, 253–281. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.2307/2343100>
- Fulginiti, L. E. (1998). Fare, Rolf, and Shawna Grosskopf. Intertemporal Production Frontiers: With Dynamic DEA. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996, 208 pp., \$79.95. *American Journal of Agricultural Economics, 80*(1), 232–233. <https://doi.org/10.2307/3180285>
- Huguenin, J.-M. (2015). Adjusting for the environment in DEA: A comparison of alternative models based on empirical data. *Socio-Economic Planning Sciences, 52*, 41–54. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2015.10.004>
- Izadikhah, M., & Saen, R. F. (2018). Assessing sustainability of supply chains by chance-constrained two-stage DEA model in the presence of undesirable factors. *Computers and Operations Research, 10*. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.10.002>
- Jablonský, J., & Dlouhý, M. (n.d.). *Modely hodnocení efektivnosti a alokace zdrojů*.
- Khodabakhshi, M., & Aryavash, K. (2012). Ranking all units in data envelopment analysis. *Applied Mathematics Letters, 25*(12), 2066–2070. <https://doi.org/10.1016/j.aml.2012.04.019>
- Kiani Mavi, R., Saen, R. F., & Goh, M. (2019). Joint analysis of eco-efficiency and eco-innovation with common weights in two-stage network DEA: A big data approach. *Technological Forecasting and Social Change*. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2018.01.035>
- Kuo, H.-F., Chen, H.-L., & Tsou, K.-W. (2014). Analysis of Farming Environmental Efficiency Using a DEA Model with Undesirable Outputs. *APCBEE Procedia, 10*, 154–158. <https://doi.org/10.1016/J.APCBEE.2014.10.034>
- Li, X., Liu, Y., Wang, Y., & Gao, Z. (2016). Evaluating transit operator efficiency: An enhanced DEA model with constrained fuzzy-AHP cones. *Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)*. <https://doi.org/10.1016/j.jtte.2016.05.004>
- Liu, J. S., Lu, L. Y. Y., Lu, W.-M., & Lin, B. J. Y. (2013). A survey of DEA applications. *Omega, 41*(5), 893–902. <https://doi.org/10.1016/J.OMEGA.2012.11.004>
- Mu, W., Kanellopoulos, A., van Middelaar, C. E., Stilmant, D., & Bloemhof, J. M. (2018). Assessing the impact of uncertainty on benchmarking the eco-efficiency of dairy farming using fuzzy data envelopment analysis. *Journal of Cleaner Production*. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.04.091>
- Recent developments on the use of DEA in the public sector. (2018). *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 61, pp. 1–3. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2017.06.001>
- Sharma, K. R., Leung, P., & Zaleski, H. M. (1997). Productive Efficiency of the Swine Industry in Hawaii: Stochastic Frontier vs. Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis, 8*(4), 447–459. <https://doi.org/10.1023/A:1007744327504>
- Šubrt, T., Houška, M., & Brožová, H. (2013). *Modely pro vícekritériální rozhodování - Tomáš Šubrt | Databáze knih*. Retrieved from <http://www.databazeknih.cz/knihy/modely-pro-vicekriterialni-rozhodovani-217335>
- Yang, G. (2018). A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978–2016. *Socio-Economic Planning Sciences, 61*, 4–8. <https://doi.org/10.1016/J.SEPS.2017.01.008>
- Zhu, J. (2015). *Data envelopment analysis : a handbook of models and methods* (I.). Retrieved from [https://books.google.cz/books?id=6TiBBwAAQBAJ&dq=Färe+and+Whittaker+\(1995\)&hl=cs&source=gbs_navlinks_s](https://books.google.cz/books?id=6TiBBwAAQBAJ&dq=Färe+and+Whittaker+(1995)&hl=cs&source=gbs_navlinks_s)
- <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/index.jsf?page=statistiky#katalog=30840>
- public/web/mze/zemedelstvi/zivocisna-vyroba/zivocisne-komodity/prasata/
- <https://cevema.pef.czu.cz>

11. Příloha: Ilustrační příklad výpočtu modelu DEA

11.1. Příklady aplikace modelu DEA – jeden vstup a jeden výstup

Příklady jsou vybrány a upraveny z publikace [Jablonský & Dlouhý](#).

a) Konstantní výnosy (CRS):

Výrobce má 8 poboček. Vstupy: počty pracovníků, výstupy: tržby.

Peer proces:

Hodnocení jednotky $U_8 = [4, 9]$ provedeme pomocí virtuální jednotky U_6 , kterou považujeme za míru efektivity a porovnáme s ní ostatní jednotky. Např. pro jednotku U_8 : pro výstup $U' = [4, 12]$, pro vstup $U'_8 = [3, 9]$:

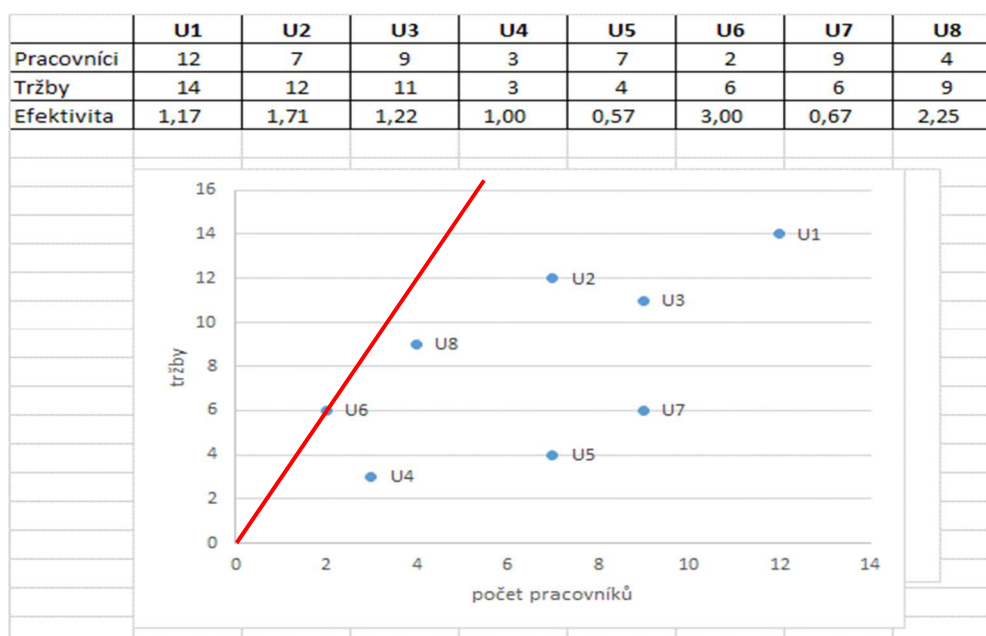
a) míra efektivity U_8 při orientaci na výstupy je poměr $\frac{y}{y'} = \frac{9}{12} = 0,7$, převrácená hodnota $1/0,75=1,33$ ukazuje potřebu navýšení tržeb, míra pro dosažení efektivní hranice.

b) míra efektivity U_8 při orientaci na vstupy je poměr $\frac{x}{x'} = \frac{3}{4} = 0,75$, potřebná míra redukce pracovníků pro dosažení hranice efektivnosti.

c) kombinace obou předchozích možností

Postavení U_6 je ale relativní – její polose se může změnit, když do systému vstoupí nová, lepší jednotka.

pobočky	osoby	tržby	
U1	12	14	Pobočku U5 např. charakterizuje bod U5[7, 4]. Umístění bodů v grafu vymezi množinu produkčních možností a tzv. efektivní hranici (červená přímka). Porovnání jednotek U_6 a U_8 : Aby se $U_8 = [4, 9]$ dostala na hranici efektivnosti, musí zvýšit výstup na hranici efektivnosti - virtuální jednotka je $U'_8 = [4, 12]$. Nebo musí snížit hodnotu spotřebovaného vstupu - virtuální jednotka je $U'_8 = [3, 9]$. Nebo kombinovat obě možnosti (tzv. odchylkové modely, aditivní modely). Kromě U_6 jsou všechny jednotky neefektivní.
U2	7	12	
U3	9	11	
U4	3	3	
U5	7	4	
U6	2	6	
U7	9	6	
U8	4	9	

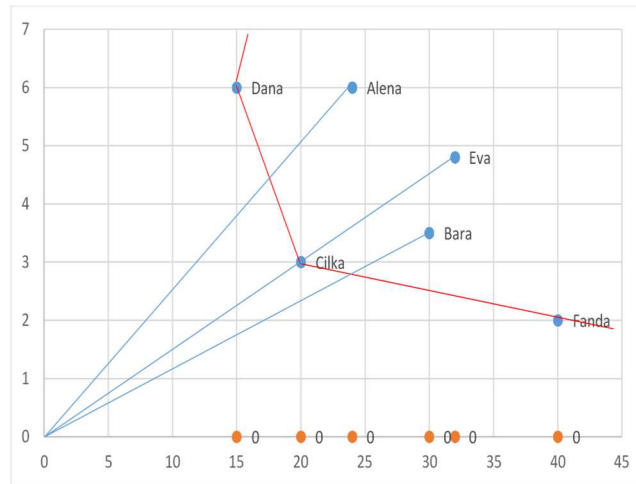


b) Variabilní výnosy (VRS) – vstupově orientovaný model:

Hodnotíme 6 týmů, vstupy: počet minut, výstupy: počet výrobků.

V případě *variabilních výnosů z rozsahu* tvoří hranici efektivity konvexní obal. Nelineární hranici efektivity tvoří 3 jednotky, protože neplatí požadavek linearity, že pro zachování efektivity je třeba doplnit vstupy odpovídajícím násobkem výstupů. V případě VRS se dosahuje vyšší míry efektivity, než u modelů typu CRS.

	X ₁	X ₂
Alena	24	6
Bara	30	3,5
Cilka	20	3
Dana	15	6
Eva	32	4,8
Fanda	40	2



Peer proces:

Neefektivní	Peer	Úprava nákladů Y ₁	Úprava nákladů Y ₂
Alena	Dana, Cilka	17,64	4,40
Eva	Cilka	26,67	2,67
Bara	Cilka, Fanda	23,9	2,79

11.2. Modely CCR a BCC

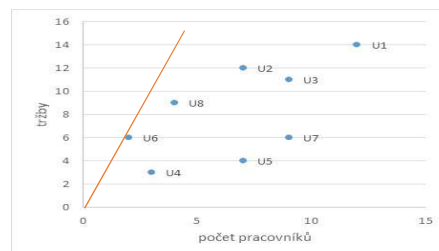
Odborná literatura nabízí mnoho různých modelů a jejich variant. V praxi se nejčastěji používají dva základní modely: CCR model a BCC model, které se liší využitím vah. Modely CCR předpokládají pouze konstantní výnosy z rozsahu (CRS). Modely BCC umožňují zahrnout do modelu i variabilní výnosy z rozsahu (VRS).

Konstantní výnos

CCR – Charnes, Cooper, Rhodes

lineární model

vstupově nebo výstupově orientovaný

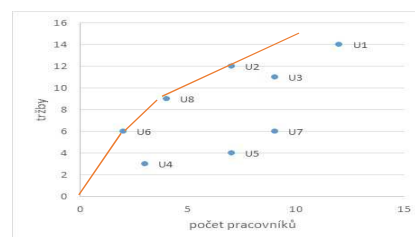


Proměnlivý výnos

BCC – Banker, Charnes, Cooper

po částech lineární výnos

vstupově nebo výstupově orientovaný



11.3. Vstupově orientovaný model CCR

Cíl: hledáme *efektivní množství vstupů* odpovídající maximálním možným výstupům za podmínek:

- pro každou jednotku stanovíme váhy vstupů a výstupů
- váhy jsou kladná čísla z intervalu (0, 1)
- jednotka maximalizuje koeficient technické efektivity $\Phi = \frac{\text{vážená produkce výstupů}}{\text{vážená produkce vstupů}}$

Každá produkční jednotka má svůj vlastní matematický model; např. pro jednotku U_h

$$\Phi_h = \frac{\sum_{j=1}^n u_{hj} y_{hj}}{\sum_{i=1}^m v_{hi} x_{hi}} = z_{max}$$

Jmenovatele položíme = 1 a maximalizujeme čitatele za podmínek efektivity jednotky a podmínek nezápornosti:

$$\frac{\sum_{j=1}^n u_{hj} y_{hj}}{\sum_{i=1}^m v_{hi} x_{hi}} \leq 1 \quad \text{pro } h = 1, 2, \dots, p$$

$$v_{hi} \geq 0, \quad u_{hj} \geq 0, \quad \forall_{h,i,j}$$

Při vstupově orientovaném modelu je-li $\Phi_h = 1$, jednotka je efektivní, je-li $\Phi \leq 1$, je neefektivní. Váhy vstupů a váhy výstupů jsou proměnné v modelu. Váhy jsou menší než 1, ukazují na snížení hodnot vstupů (%). Z výsledků optimalizace určíme peer jednotky a z jejich lineárních kombinací virtuální jednotky.

Pro každou jednotku je třeba sestavit jiný model: má-li model m jednotek, je třeba spočítat m lineárních modelů.

11.4. Výstupově orientovaný model

Cíl: hledáme *efektivní množství výstupů* odpovídající daným vstupům za podmínek:

- pro každou jednotku stanovíme individuální váhy vstupů a výstupů
- váhy jsou kladná čísla, větší než 1
- jednotka minimalizuje koeficient technické efektivity $\Phi = \frac{\text{vážená produkce výstupů}}{\text{vážená produkce vstupů}}$

Každá produkční jednotka má svůj vlastní matematický model; např. pro jednotku U_h

$$\Phi_h = \frac{\sum_{i=1}^m v_{hi} x_{hi}}{\sum_{j=1}^n u_{hj} y_{hj}} = z_{min}$$

Jmenovatele položíme = 1 a minimalizujeme čitatele za podmínek efektivity jednotky a podmínek nezápornosti:

$$\frac{\sum_{i=1}^m v_{hi} x_{hi}}{\sum_{j=1}^n u_{hj} y_{hj}} \geq 1 \quad \text{pro } h = 1, 2, \dots, p$$

$$v_{hi} \geq 0, \quad u_{hj} \geq 0, \quad \forall_{h,i,j}$$

Pro každou jednotku je třeba sestavit jiný model: má-li model m jednotek, je třeba spočítat m lineárních modelů.

11.5. Příklad: model CCR, vstupově orientovaný

Servisní střediska se liší počtem zaměstnanců, počtem obslužených zákazníků a výší dosažených tržeb. Zhodnotíme jejich efektivitu.

	Vstupy	Výstupy	
	Počet zaměstnanců	Počet zákazníků	Tržby
váhy	„ v “	„ u “	„ u “
U1	2	4	10
U2	3	10	23
U3	1	2	4
U4	5	6	13
U5	2	4	17

Pro zhodnocení středisek je třeba vypočítat 5 modelů LP – pro každé středisko zvlášť, najít koeficient technické efektivity, váhy vstupů a výstupů, peer jednotky a jejich koeficienty, vytvořit virtuální jednotku, vyhodnotit efektivitu v porovnání s virtuálními jednotkami, navrhnout opatření.

Ukážeme hodnocení střediska U_1 . V tabulce jsou základní vstupy, ze kterých sestavíme model lineárního programování pro středisko U_1 podle výše uvedeného modelu:

	Vstupy	Výstupy	
	Počet zaměstnanců	Počet zákazníků	Tržby
váhy	v_{11}	u_{11}	u_{12}
U1	2	4	10
U2	3	10	23
U3	1	2	4
U4	5	6	13
U5	2	4	17

$$2v_{11} = 1$$

$$-2v_{11} + 4u_{11} + 10u_{12} \leq 0$$

$$-3v_{11} + 10u_{11} + 23u_{12} \leq 0$$

$$-v_{11} + 2u_{11} + 4u_{12} \leq 0$$

$$-5v_{11} + 6u_{11} + 13u_{12} \leq 0$$

$$-2v_{11} + 4u_{11} + 17u_{12} \leq 0$$

$$0v_{11} + 4u_{11} + 10u_{12} = z_{\max}$$

$$\{v_{11}, u_{11}, u_{12}\} \geq 0$$

Podobně se sestaví model lineárního programování pro další DMU. Např. pro U₄ by se první podmínka formulovala jako 5v₁₁ = 1. Ostatní omezení se nezmění.

V tabulce je uvedeno výsledné řešení simplexovou metodou (pomocí SW „Linkosa“) pro jednotku U₁ :

				v ₁₁	u ₁₁	u ₁₂		λ			λ
		c	B	x ₁	x ₂	x ₃	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅
v ₁₁	x ₁	0	0,500	1	0	0	0	0,000	0	0	0,000
	d ₁	0	0,359	0	0	0	1	0,359	0	0	0,103
u ₁₁	x ₂	4	0,032	0	1	0	0	0,218	0	0	0,295
	d ₃	0	0,230	0	0	0	0	0,231	1	0	0,077
	d ₄	0	1,641	0	0	0	0	0,641	0	1	0,103
u ₁₂	x ₃	10	0,051	0	0	1	0	0,051	0	0	0,128
	Dual		0,641					0,359			0,103

Vyhodnocení Střediska U₁ (vstupově orientovaný model, má 2 zaměstnance):

Koeficient technické efektivity $\Phi_1 = z_{max} = 0,641 < 1 \Rightarrow$ je neefektivní

Při stejných výstupech by mělo snížit vstupy na 64 %

2 zaměstnanci, 2 x 0,64 = 1,28, tj. 1 zaměstnanec na plný úvazek, jeden na třetinu úvazku

Váha vstupů a výstupů: v₁₁ = 0,5, u₁₁ = 0,03, u₁₂ = 0,05

Koeficienty peer jednotek (duální hodnoty)

pro U₂ λ₂₁ = 0,359

pro U₅ λ₅₁ = 0,103

Virtuální jednotka pro U₁ je tvořena kombinací U₂ a U₅ s koeficienty „λ“

Peer jednotky pro U₁

	Vstupy		Výstupy	
	Počet zaměstnanců	Počet zákazníků	Tržby	
váhy	0,359	0,103		
U ₁	2	4	10	
U ₂ peer	3	10	23	
U ₃	1	2	4	
U ₄	5	6	13	
U ₅ peer	2	4	17	
Virtuální U₁'	1,28	4	10	

$$\begin{pmatrix} x'_{11} \\ y'_{11} \\ y'_{12} \end{pmatrix} = 0,359 \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 23 \end{pmatrix} + 0,103 \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,28 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1,28} \text{ zaměstnanci} \\ \mathbf{4} \text{ zákazníci} \\ \mathbf{10} \text{ tržeb} \end{pmatrix}$$

V další tabulce se prezentují odpovídající řešení, spočtené pomocí SW firmy Springer. Jednotka U₁ je v pořadí hodnocení na třetím místě, s body 0,641. Z tabulky lze určit peers a doporučené hodnoty transformace (Diff %) i

pro další jednotky. Např. pro U₃ : snížit úvazek 1 zaměstnance na 0,6 (tj. o 40 %), přitom počet zákazníků ponechat beze změny, tržby zvýšit na 4,6 (tj. o 15 %). Podobně lze hodnotit i neefektivní jednotku U₄.

Model = CCR-I				Workbook Name = C:\Users\havlicekj\Downloads\Desktop\Model CCR								
No.	DMU	Score	Rank	ZAMES			ZAKAZ			TRZBY		
				Data	Project	Diff.(%)	Data	Project	Diff.(%)	Data	Project	Diff.(%)
1	U1	0,641	3	2	1,282	-35,897	4	4	0	10	10	0
2	U2	1	1	3	3	0	10	10	0	23	23	0
3	U3	0,6	4	1	0,6	-40	2	2	0	4	4,6	15
4	U4	0,36	5	5	1,8	-64	6	6	0	13	13,8	6,154
5	U5	1	1	2	2	0	4	4	0	17	17	0
				ZAMES			ZAKAZ			TRZBY		
		Score	Rank	Data	Project	Diff.(%)	Data	Project	Diff.(%)	Data	Project	Diff.(%)
Average		0,7202	2,8	2,6	1,7364	-27,979	5,2	5,2	0	13,4	13,68	4,2308
Max		1	5	5	3	0	10	10	0	23	23	15
Min		0,36	1	1	0,6	-64	2	2	0	4	4,6	0
St Dev		0,2771	1,7889	1,5166	0,89	27,705	3,0332	3,0332	0	7,1624	6,9622	6,5836

V následující tabulce je hodnocení efektivity provedeno modelem BCC:

Model = BCC-I				Workbook Name = C:\Users\havlicekj\Downloads\Desktop\								
No.	DMU	Score	Rank	ZAMES			ZAKAZ			TRZBY		
				Data	Projection	Diff.(%)	Data	Projection	Diff.(%)	Data	Projection	Diff.(%)
1	U1	0,788	4	2	1,576	-21,212	4	4	0	10	10	0
2	U2	1	1	3	3	0	10	10	0	23	23	0
3	U3	1	1	1	1,000	-0,001	2	2	0	4	4,00	0
4	U4	0,400	5	5	2,000	-60	6	6	0	13	13,50	3,846
5	U5	1	1	2	2	0	4	4	0	17	17	0

V modelu BCC tvoří hranici efektivity 3 jednotky (nelineární obálka). Jednotka U₁ je zde v pořadí efektivity na 4. místě s hodnocením 0,788 na škále (0, 1). Aby byla srovnatelně efektivní s excelentními jednotkami, počet zaměstnanců se doporučuje snížit o 21 % (na 1,57 zaměstnance), zisk a tržby zůstanou beze změny. Podobně lze hodnotit neefektivní jednotku U₄.

Oba příklady ilustrují rozdíly mezi modely CCR a BCC.